

LÓGICA PARA COMPUTACIÓN

Año 2024

PRÁCTICO 1: LÓGICA PROPOSICIONAL

SINTAXIS Y SEMÁNTICA

Ejercicio 1:

Analizar las siguientes frases y determinar cuáles son proposiciones, justificando su decisión en cada caso:

1. Las ballenas son mamíferos marinos.
2. π por radio al cuadrado.
3. Todos los caballeros de la mesa redonda son leales a Arturo.
4. Dos es mayor que tres.
5. Voy a comprar pan y a tomar un café.
6. ¡Ve a comprar el pan!
7. Cierra la puerta.
8. Ballena.
9. ¡Me duele!
10. El cielo es azul y los campos son verdes.
11. ¿Juan es el maestro de Paola?
12. El perro está haciendo cosas raras.
13. π por radio al cuadrado es igual a la superficie del círculo.
14. Las flores son plantas o los erizos son aves.

Ejercicio 2:

Representar las siguientes expresiones del lenguaje natural en forma simbólica, utilizando los símbolos de la lógica proposicional y explicitando claramente las proposiciones simples que intervienen (p_1, p_2, p_3 , etc.). (La tabla que aparece al final del práctico puede servir de ayuda)

1. A Pedro no le gusta el dulce de leche ni la miel.
2. Pedro y María van al cine todos los sábados.
3. Si no hay ruidos y no estás sordo, entonces debes oírme.
4. El perro está haciendo cosas raras.
5. Prefiero ir de vacaciones o estar sin hacer nada si tengo tiempo para ello y no tengo que ir a trabajar.
6. Juan necesita un matemático o un informático.
7. Si x es número racional e y es un número entero, entonces z no es real.

8. No es cierto que los platos están sobre la mesa y la comida está servida.
9. Además de comer tarta, beberé sidra.
10. No es cierto que no me guste bailar.
11. Si los gatos de mi hermana no soltaran tanto pelo me gustaría acariciarlos.
12. Sólo si viera un marciano con mis propios ojos, creería que hay vida extraterrestre.
13. Si mañana viene papá, o vamos al cine o vamos al circo con Josefa.
14. Una de dos: o salgo a dar un paseo, o me pongo a estudiar como un energúmeno.
15. Para aprobar Lógica, el alumno debe asistir a clase, desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable y demostrar que dicho cuaderno ha sido desarrollado por él; o desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable y aprobar el examen final.
16. Si la Luna no es un planeta y no gira alrededor del Sol es un satélite y pertenece a la Vía Láctea.
17. Federico se irá a las Fiji o a las Seychelles si y sólo si le toca la lotería y no se arruina en la ruleta.
18. O Andrés estaba equivocado y Sofía tenía razón o Sofía no tenía razón.
19. Si los pacientes del pabellón 4 son trasladados al pabellón 2, aumentará el riesgo de contagio de gripe en esa sala y no se reducirá el uso de antihistamínicos.
20. Si los elefantes volaran o supieran tocar el acordeón, pensaría que estoy como una regadera y dejaría que me internaran en un psiquiátrico.
21. Si copias en el examen, no aprobarás y, o bien serás expedientado o bien te quedarás castigado todos los días por la tarde.

Ejercicio 3:

Determinar cuáles de las siguientes secuencias pertenecen al lenguaje **Form** definido en teoría justificando en cada caso su decisión. Cuando la razón sea la falta de paréntesis, transformarlas en fórmulas del lenguaje.

1. $\vee p_0$
2. $(\neg p_1 \rightarrow (p_2 \vee p_3)) \leftrightarrow \neg p_5$
3. $((p_3 \vee \neg p_1) \rightarrow p_2 \neg)$
4. $\wedge(p_3 \wedge p_7)$
5. $\neg((\neg p_2 \rightarrow p_3 \wedge p_4) \vee p_1)$
6. $\neg(p_1 \vee p_2 \leftrightarrow p_3 \rightarrow \neg p_4 \wedge (p_2 \leftrightarrow p_3))$
7. $(p_3 \wedge (p_1 \rightarrow (\neg p_2 \vee p_3))) \vee (p_4 \rightarrow p_1)$
8. $((p_3 \rightarrow \neg) \vee p_9)$
9. $\neg(p_1 \rightarrow (((\neg p_2 \rightarrow (p_3 \vee (p_4 \wedge p_5)))) \rightarrow p_5) \rightarrow \neg p_6))$



Ejercicio 4:

Proporcionar expresiones del lenguaje castellano que puedan corresponder a las siguientes fórmulas, aclarando en cada caso qué proposición corresponde a cada variable proposicional:

1. $(p_1 \rightarrow (p_2 \wedge p_3))$
2. $((\neg p_2 \wedge \neg p_3) \rightarrow \neg p_1)$
3. $\neg(p_3 \wedge p_9)$
4. $(\neg p_3 \wedge \neg p_9)$
5. $(\neg p_1 \rightarrow ((p_2 \rightarrow p_3) \wedge (p_3 \rightarrow p_2)))$
6. $((p_1 \wedge p_2) \wedge \neg(p_1 \vee p_2))$
7. $((p_1 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge p_3))$

Ejercicio 5:

Interprete las siguiente formas proposicionales utilizando, para cada variable proposicional, las expresiones listadas a continuación:

p_1 = Andrés fue al dentista.

p_2 = el dentista faltó a la cita.

p_3 = el dentista le hizo un conducto a Andrés.

p_4 = el dentista tardó poco tiempo.

p_5 = los otros pacientes tuvieron que esperar.

1. $(p_1 \wedge \neg p_2)$
2. $(p_1 \wedge p_2)$
3. $\neg(p_1 \wedge p_4)$
4. $(\neg p_2 \rightarrow p_3)$
5. $(\neg p_1 \wedge \neg p_4)$
6. $((p_3 \wedge \neg p_4) \rightarrow p_5)$
7. $(p_2 \rightarrow (\neg p_3 \wedge \neg p_5))$
8. $((p_1 \wedge \neg p_2) \rightarrow (p_3 \rightarrow (p_4 \vee p_5)))$

Ejercicio 6:

Expresar las siguientes proposiciones en fórmulas del lenguaje proposicional, luego asignar el valor de verdad que corresponda a cada proposición simple (de acuerdo a nuestro conocimiento del mundo), y finalmente determinar el valor de verdad de cada enunciado en su totalidad.

1. Los murciélagos son pájaros o vuelan gracias a su sonar.
2. Bugs Bunny es un ratón.
3. Las culebras son mamíferos, los perros son mamíferos y los hipopótamos también lo son.
4. China está en Asia o en Europa.

5. Dos más dos es cinco pero el cuadrado tiene cuatro lados.
6. No es cierto que Marte tiene satélites y Júpiter también.
7. Si estudias y vienes a clase, entonces aprobarás.
8. Los animales con pelo y que dan leche son mamíferos, pero si los gatos ronronean están de buen humor.
9. La Tierra es el último planeta del sistema solar y Plutón es un nuevo sol.

Ejercicio 7:

Sea $v : \mathbf{Form} \rightarrow \{\top, \perp\}$ una valuación. Sabiendo que $v(p_1) = \top$ ¿Qué puede decir a cerca de $v(P)$, para $P \in \mathbf{Form}$, en los siguientes casos?

- | | |
|---|--|
| 1. $P = p_1$ | 5. $P = (\neg p_4 \wedge p_1)$ |
| 2. $P = ((p_2 \wedge \neg p_1) \rightarrow (p_4 \wedge p_2))$ | 6. $P = \neg p_4$ |
| 3. $P = ((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3)$ | 7. $P = ((p_5 \vee p_3) \rightarrow p_1)$ |
| 4. $P = (p_4 \rightarrow (p_3 \rightarrow p_1))$ | 8. $P = ((p_8 \rightarrow p_5) \rightarrow (\neg p_3 \wedge p_0))$ |

Ejercicio 8:

Escribir las tablas de verdad de las siguientes fórmulas.

1. $((\neg p_0 \vee p_1) \wedge \neg(p_1 \wedge \neg p_0)) \rightarrow (p_0 \rightarrow p_1)$
2. $((p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_3)) \rightarrow ((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow (p_0 \rightarrow p_3)))$
3. $((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow p_0)) \vee p_1$
4. $((\neg p_0 \vee p_1) \rightarrow (p_0 \rightarrow p_1))$
5. $((p_0 \rightarrow p_1) \wedge \neg(p_0 \rightarrow p_1))$

Ejercicio 9:

Examinar cada una de las últimas 5 columnas de la siguiente tabla de verdad y verificar si alguna representa la tabla de verdad de la fórmula $((p_0 \rightarrow p_1) \vee (p_2 \vee \neg p_1))$.

p_0	p_1	p_2	1	2	3	4	5
⊤	⊤	⊤	⊥	⊤	⊥	⊤	⊤
⊤	⊤	⊥	⊤	⊤	⊥	⊤	⊤
⊤	⊥	⊤	⊥	⊥	⊥	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥	⊤	⊤	⊥	⊤	⊥
⊥	⊤	⊤	⊥	⊤	⊥	⊤	⊤
⊥	⊤	⊥	⊤	⊤	⊥	⊤	⊤
⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊥	⊤	⊤
⊥	⊥	⊥	⊤	⊤	⊥	⊤	⊤

Ejercicio 10:

Encontrar una fórmula con variables x_1, x_2 y x_3 , utilizando las conectivas \neg, \vee , y \wedge que tenga como función de verdad a $f(x_1, x_2, x_3)$.

1. Utilizar Forma Normal Disyuntiva.
2. Utilizar Forma Normal Conjuntiva.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
\top	\top	\top	\perp
\perp	\top	\top	\perp
\top	\perp	\top	\perp
\perp	\perp	\top	\top
\top	\top	\perp	\top
\perp	\top	\perp	\top
\top	\perp	\perp	\perp
\perp	\perp	\perp	\top

Ejercicio 11:

Para cada una de las columnas numeradas de 1 a 5 del **Ejercicio 9**, encontrar una fórmula con variables p_0, p_1 y p_2 , cuya función de verdad esté representada por la correspondiente columna. En cada caso las fórmulas debe obtenerse:

1. Utilizando las conectivas \neg, \rightarrow .
2. Utilizando Forma Normal Disyuntiva.
3. Utilizando Forma Normal Conjuntiva.

Ejercicio 12:

Sabiendo que el conjunto $\{\neg, \vee\}$ es un conjunto adecuado de conectivos, encontrar fórmulas equivalentes a las siguientes:

1. La fórmula obtenida en el punto 1.- del **Ejercicio 10**.
2. $(p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_3))$
3. $((\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg r \wedge s))$
4. $((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow p_0))$

Ejercicio 13:

Sabiendo que el conjunto $\{\neg, \wedge\}$ es un conjunto adecuado de conectivos, encontrar fórmulas equivalentes a las siguientes:

1. La fórmula obtenida en el punto 1.- del **Ejercicio 10**.
2. $(p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_4))$
3. $((p \vee q) \vee r) \wedge ((\neg p \vee \neg q) \vee \neg r)$
4. $((p_1 \rightarrow \neg p_2) \rightarrow p_3)$

Ejercicio 14:

Sabiendo que $\{\neg, \rightarrow\}$ es un conjunto adecuado de conectivos, encontrar fórmulas equivalentes a:

1. La fórmula obtenida en el punto 1.- del **Ejercicio 10**.
2. $((p_0 \wedge p_1) \vee (p_2 \wedge p_4))$
3. $((p_3 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow p_3))$
4. $(p_4 \wedge (p_2 \wedge p_1))$

Ejercicio 15:

Determinar, usando las tablas de verdad, si las siguientes fórmulas son tautologías, contradicciones o contingencias. ¿Hay entre ellas fórmulas equivalentes? Justifique.

1. $(p \rightarrow (q \rightarrow p))$
2. $((q \vee r) \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$
3. $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r))$
4. $((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow q$
5. $(\neg p \vee (\neg q \vee p))$
6. $((p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)))$
7. $((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$

Ejercicio 16:

Mostrar, utilizando tablas de verdad, si los siguientes pares de fórmulas son equivalentes:

1. $(p \wedge (q \vee r))$ y $((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$
2. $(p \vee (q \wedge r))$ y $((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
3. $(p \vee (p \wedge q))$ y p
4. $(p \vee q)$ y $(p \rightarrow q)$
5. $(p \rightarrow q)$ y $((p \wedge q) \vee \neg p)$
6. $((p \wedge q) \vee \neg p)$ y $((p \wedge q) \vee \neg s)$
7. $((p \wedge q) \vee \neg q)$ y $(p \vee \neg q)$
8. $(p \wedge q)$ y $(p \vee q)$
9. $(p \rightarrow q)$ y $(\neg p \rightarrow \neg q)$

Nota: La siguiente tabla muestra ejemplos de cómo representar algunas expresiones en lenguaje coloquial utilizando fórmulas del cálculo proposicional.

conectivas lógicas	conectivas lingüísticas
$\neg P$	no es el caso de P no P no es cierto que P
$P \wedge Q$	P y Q P pero Q P aunque Q
$P \vee Q$	P o Q ya P , ya Q , ya ambas P , o bien Q
$P \rightarrow Q$	Si P entonces Q P sólo si Q sólo P si Q Es suficiente P para que Q no P a menos que Q Cuando P , Q