LÓGICA PARA COMPUTACIÓN

Año 2025

PRÁCTICO 2: LÓGICA PROPOSICIONAL

LA CONSECUENCIA LÓGICA

Ejercicio 1:

Dadas las siguientes fórmulas del cálculo proposicional, decidir, usando las *tablas de verdad*, si son o no satisfacibles, justificando en cada caso su respuesta. Para cada una, dar una valuación v que las satisfaga, y otra que no lo haga.

1. $(\neg(p_6 \vee \neg p_1) \to (p_1 \to (p_8 \to p_1)))$
2. $((p_2 \to (p_1 \wedge \neg p_1)) \to p_3)$
3. $((p_1 \to (p_1 \wedge p_2)) \vee ((p_3 \wedge \neg p_3) \vee (p_5 \to p_6)))$
4. $(p_3 \to (\neg p_2 \to p_1)) \to (\neg(p_2 \vee p_1) \to \neg p_3)$

Ejercicio 2:

Sea una valuación v, tal que $v(p) = \top$, $v(q) = \perp$, decida si esta valuación satisface al conjunto $S = \{(p \vee q), (p \to q), \neg q\}$.

Ejercicio 3:

Determinar, usando las *tablas de verdad*, si cada uno de los siguientes conjuntos de fórmulas son o no satisfacibles. Justifique su respuesta. Para aquéllos que lo sean, dar una valuación v que los satisfaga.

1. $\{(p \wedge q), (\neg p \wedge q)\}$
2. $\{(p \wedge q), (\neg p \vee q)\}$
3. $\{(p \vee \neg q), (q \to \neg p), (p \wedge q)\}$
4. $\{(p \to q), (q \to r), (r \to s), (p \to s)\}$
5. $\{(p \to q), (q \to r), (r \to s), (p \wedge \neg s)\}$
6. $\{(p \vee q), (p \vee (q \wedge r)), (p \to \neg r)\}$
7. $\{(p \to q), ((p \wedge q) \to r), (q \to \neg p)\}$

Ejercicio 4:

Utilizando *árboles de refutación*, decidir si alguna de las fórmulas del **Ejercicio 1** es satisfacible. Para aquellas que lo sean, hallar una valuación que las satisfaga y otra que no las satisfaga, sólo usando la información provista por los árboles.

Ejercicio 5:

Utilizando *árboles de refutación*, demostrar cuáles de los conjuntos del **Ejercicio 3** son satisfacibles. Para aquellos que lo sean, hallar una valuación que satisfaga al conjunto, sólo usando la información provista por los árboles.

Ejercicio 6:

Utilizando el método de los *árboles de refutación*, decidir si las siguientes fórmulas son tautologías, contradicciones o contingencias, justificando en cada caso su respuesta.

1. $(\neg(p_1 \vee p_2) \rightarrow ((p_3 \wedge p_1) \vee (p_2 \rightarrow p_3)))$
2. $\neg((p_1 \rightarrow p_3) \rightarrow ((p_2 \rightarrow p_3) \rightarrow ((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3)))$
3. $(((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_1)$
4. $(\neg(p_1 \vee p_1) \rightarrow (\neg p_1 \vee \neg p_1))$
5. $(((p_1 \wedge p_3) \vee (\neg p_1 \wedge p_2)) \rightarrow \neg p_2)$
6. $((\neg\neg\neg(p_1 \wedge p_2) \vee p_3) \rightarrow p_4)$
7. $((p_1 \vee \neg p_1) \vee (p_2 \wedge \neg p_2))$

Ejercicio 7:

Traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico, estableciendo claramente qué representan las distintas variables proposicionales. Usar su intuición para determinar si son argumentos válidos o no. Comprobar, mediante *tablas de verdad*, si lo que determinó está bien.

a) Si Alexia toma el autobús, entonces Alexia pierde su entrevista si el autobús llega tarde.
Alexia no vuelve a su casa, si Alexia pierde su entrevista y Alexia se siente deprimida.
Si Alexia no consigue el trabajo, entonces Alexia se siente deprimida y Alexia no vuelve a su casa.
Por lo tanto, si Alexia toma el autobús entonces Alexia no consigue el trabajo si el autobús llega tarde.

b) Usar las mismas premisas del punto a) pero como conclusión usar :
Por lo tanto, Alexia consigue el trabajo si Alexia pierde su entrevista y Alexia vuelve a su casa.

Ejercicio 8:

Confirmar, utilizando *árboles de refutación*, lo determinado en el ejercicio anterior con las tablas de verdad.

Ejercicio 9:

Formalizar cada párrafo y verificar, mediante *tablas de verdad*, si la conclusión es lógicamente implicada por las premisas (dejar bien en claro cada proposición, utilizando las mismas letras cuando las proposiciones sean idénticas):

1. Cuando tanto la temperatura como la presión atmosférica permanecen contantes, no llueve. La temperatura permanece constante. En consecuencia, en caso de que llueva, la presión atmosférica no permanece constante.
2. O la lógica es difícil o no le gusta a muchos alumnos. Si las matemáticas son fáciles entonces la lógica no es difícil. En consecuencia, si a muchos alumnos les gusta la lógica es que las matemáticas no son fáciles.
3. Si tenemos una buena especificación entonces obtenemos un diseño correcto. Si obtenemos un diseño correcto obtenemos un buen programa, a menos que nuestro programador sea mediocre. Nuestro programador no es mediocre. Entonces, Si tenemos una buena especificación obtenemos un buen programa.
4. Si Luis no copió en el examen, no infringió sus deberes de lector y no se le suspenderá. Si la opinión de un profesor que afirma que copió prevalece, será suspendido. Luis no copió. Todo ello implica que la opinión del mencionado profesor no prevalecerá.

5. Roque será contratado si pasa todas las entrevistas. Si Roque tiene experiencia previa y no participa activamente en las reuniones, será contratado. Roque tiene experiencia previa. Además, Roque pasará todas las entrevistas si participa activamente en las reuniones. Entonces Roque será contratado.

6. Si aumentan los precios, aumentan los salarios. Los precios aumentan si el gobierno no los controla. Si el gobierno los controla, no hay inflación. Pero hay inflación. En consecuencia, aumentan los salarios.

7. Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos. Los mamíferos con pezuñas o que rumian son ungulados. Los ungulados de cuello largo son jirafas. Los ungulados con rayas negras son cebras. Si veo un animal con pelo, pezuñas y rayas negras, entonces seguro es una cebra.

Ejercicio 10:

Se tienen las siguientes premisas

Si Juan tiene suerte y llueve entonces estudia.

Juan aprobará si y solo si estudia o tiene suerte.

Si Juan no tiene suerte entonces no llueve.

Sabiendo que llueve, responder utilizando árboles de refutación:

i. ¿Aprobará Juan?

ii. ¿Tendrá suerte Juan?

Ejercicio 11:

Investigar la validez de las siguientes argumentaciones utilizando *tablas de verdad*:

1. $\{(p \to q), (p \vee q\} \models q$
2. $\{(p \vee q), (p \to r), (q \to r)\} \models r$
3. $\{((p \vee q) \to \neg p), (q \to \neg p), (r \to \neg p)\} \models \neg p$
4. $\{(p \to (q \vee r)), (r \to s), (\neg q \vee s)\} \models \neg(p \wedge \neg s)$

Ejercicio 12:

Investigar la validez de las argumentaciones del ejercicio anterior utilizando *árboles de refutación.*

Ejercicio 13:

a) Reescribir cada una de las siguientes inferencias utilizando la notación habitual (conjuntista) para expresar consecuencias lógicas.

b) Usar el método de los árboles de refutación para determinar si alguna de las inferencias es válida.

1.- $\dfrac{P}{(P \vee Q)}$

2.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \to Q)\\ P\end{array}}{Q}$

3.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \to Q)\\ \neg P\end{array}}{\neg Q}$

4.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \vee Q)\\ (P \to Q)\end{array}}{Q}$

5.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \to Q)\\ (P \to R)\end{array}}{(P \to (Q \wedge R))}$

6.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \to (Q \to R))\\ (P \wedge R)\end{array}}{R}$

7.- $\dfrac{(Q \to S)}{(\neg S \to \neg Q)}$

8.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \to Q)\\ (Q \to R)\end{array}}{(P \to R)}$

9.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \vee Q)\\ (P \to R)\\ (Q \to S)\end{array}}{(R \vee S)}$

10.- $\dfrac{\begin{array}{l}(P \vee Q)\\ \neg Q\end{array}}{P}$