

LÓGICA PARA COMPUTACIÓN

Año 2024

PRÁCTICO 3: LÓGICA PROPOSICIONAL

DEDUCCIÓN NATURAL

Sugerencia: Tenga en cuenta que, como en algunos ejercicios se demuestran teoremas, éstos se pueden usar como hipótesis en nuevas demostraciones.

Ejercicio 1:

Usando el sistema de Deducción Natural (DN), demuestre:

1. $\{(\varphi \wedge \varphi)\} \vdash \varphi$ (idempotencia 1)
2. $\{\varphi\} \vdash (\varphi \wedge \varphi)$ (idempotencia 2)
3. $\{(\varphi \rightarrow \psi), (\psi \rightarrow \varphi)\} \vdash (\varphi \leftrightarrow \psi)$ (introducción de la coimplicación)
4. $\{(\varphi \leftrightarrow \psi)\} \vdash (\varphi \rightarrow \psi)$ (eliminación de la coimplicación 1)
5. $\{(\varphi \leftrightarrow \psi)\} \vdash (\psi \rightarrow \varphi)$ (eliminación de la coimplicación 2)

Ejercicio 2:

Pruebe que las siguientes equivalencias semánticas son también coimplicaciones demostrables en el sistema de DN (debe demostrar para ambos lados de la equivalencia):

1. $\neg\neg p \equiv p$
2. $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$
3. $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$
4. $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$
5. $\neg(p \rightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q)$

Ejercicio 3:

Formalizar los siguientes razonamientos:

1. Si llueve no iré al mercado. Si no iré al mercado, o bien no tendré comida o bien iré al restaurante. Llueve y tengo comida. Por lo tanto: iré al restaurante.
2. Si f es diferenciable en $[a, b]$, es continua y acotada en $[a, b]$. Si f no fuese acotada en $[a, b]$ no podría ser diferenciable en $[a, b]$. Por tanto: si f es discontinua y acotada en $[a, b]$, no es diferenciable en $[a, b]$.

Ejercicio 4:

Usando el sistema de DN , probar (si es posible) la validez de los razonamientos anteriores.



Ejercicio 5:

Usando el sistema de *DN*, demuestre la validez de las siguientes deducciones:

1. $\{(p \wedge q)\} \vdash (p \wedge (q \vee r))$
2. $\{(p \rightarrow q), (q \rightarrow r)\} \vdash (p \rightarrow r)$
3. $\{(p \rightarrow (q \vee r)), (q \rightarrow r), (r \rightarrow s)\} \vdash (p \rightarrow s)$
4. $\{(p \rightarrow \neg q), (r \rightarrow q)\} \vdash \neg(p \wedge r)$
5. $\{\neg p\} \vdash (p \rightarrow q)$
6. $\{(p \rightarrow q)\} \vdash (\neg p \vee q)$
7. $\{((p \wedge q) \rightarrow r), (\neg(p \vee r) \rightarrow s), (p \rightarrow q)\} \vdash (\neg s \rightarrow r)$

